**9 класс, 2022г.**

1. (14 *баллов*) Пусть шестизначное число $\overline{abcdef}$ таково, что число $\overline{defabc}$ в шесть раз больше исходного. Найти сумму $a+b+c+d+e+f$ .
2. (14 *баллов*) Доказать, что для любого простого числа *p*, большего пяти, существует число, десятичная запись которого состоит из одних единиц, и оно делится на *p* без остатка. Сколько существует таких чисел?
3. (16 *баллов*) Сергей выбирает три ненулевых действительных числа. Наталья расставляет их как коэффициенты квадратного уравнения $ax^{2}+bx+c=0.$ Сергей побеждает, если получившееся уравнение имеет два различных рациональных корня. Кто победит?
4. (18 *баллов*) Пусть в треугольнике ABC сторона BC=$a$, сторона CA=$b$ и сторона AB=$c$. Доказать, что если$ b<\frac{a+c}{2} $, то угол при вершине B меньше, чем полусумма оставшихся двух углов.
5. (18 *баллов*) Пусть имеется *n* прямых на плоскости, таких, что любые две из них пересекаются. Доказать, что среди углов между ними существует по крайней мере один угол, который не превосходит $180^{°}/n$.
6. (20 *баллов*) Можно ли найти три квадратных полинома $f,g,h$ таких, что уравнение $f\left(g\left(h\left(x\right)\right)\right)=0 $имеет восемь корней, равных 1,2,3,4,5,6,7,8.
7. **класс, 2022г.**
8. (16 *баллов*) Пусть $a,b,c$ положительные числа. Доказать, что

$\sqrt{a^{2}+ac+c^{2}}\leq \sqrt{a^{2}-ab+b^{2}} $+$ \sqrt{b^{2}-bc+c^{2}}$ .

1. (16 *баллов*) Найти наименьшее значение суммы 2023 последовательных натуральных чисел, которая являлась бы полным квадратом.
2. (14 *баллов*) Могут ли числа $\sqrt{p\_{1}}, \sqrt{p\_{2}},\sqrt{p\_{3}}$ , где $p\_{1}<p\_{2}< p\_{3}$ простые, быть членами некоторой арифметической прогрессии?
3. (18 *баллов*) Доказать, что уравнение $x^{2}+ y^{2}=3z^{2}$ не имеет целых решений, кроме тривиального (0,0,0). Что можно сказать об уравнении $x^{2}+ y^{2}=pz^{2}$, где *p* – простое число?
4. (16 *баллов*) Пусть имеется *n* прямых на плоскости, таких, что любые две из них пересекаются. Доказать, что среди углов между ними существует по крайней мере один угол, который не превосходит $180^{°}/n$.
5. (20 *баллов*) Дан треугольник ABC. Доказать, что существует прямая *l*, лежащая в плоскости треугольника, такая, что пересечение треугольника ABC и треугольника A1B1C1, полученного отражением исходного треугольника относительно прямой *l,* имеет площадь больше, чем 2/3 площади треугольника ABC.

**11 класс, 2022г.**

1. (16 *баллов*) Доказать, что для любого нечетного натурального числа *n* число $1^{2023}+2^{2023}+…+n^{2023}$ не делится на *n*+2.
2. (16 *баллов*) Найти наименьшее значение суммы 2023 последовательных натуральных чисел, которая являлась бы полным квадратом.
3. (14 *баллов*) Доказать, что уравнение $x^{2}+ y^{2}=7z^{2}$ не имеет целых решений, кроме тривиального (0,0,0). Что можно сказать об уравнении $x^{2}+ y^{2}=pz^{2}$, где *p* – простое число?
4. (14 *баллов*) Пусть имеется *n* прямых на плоскости, таких, что любые две из них пересекаются. Доказать, что среди углов между ними существует по крайней мере один угол, который не превосходит $180^{°}/n$.
5. (18 *баллов*) Дан остроугольный треугольник ABC со сторонами $a,b,c$, и некоторая точка *p* внутри него. Из точки *p* на стороны треугольника опущены перпендикуляры с длинами *x, y* и *z*. Найдите положение точки *p*, при котором произведение длин перпендикуляров *xyz* максимально, и вычислите его.
6. (22 *балла*) Пусть *x* и *y* различные действительные числа, такие, что $\frac{x^{n}-y^{n}}{x-y}$ целое для некоторых четырех последовательных целых положительных значений *n*. Доказать, что $\frac{x^{n}-y^{n}}{x-y}$ целое для всех целых положительных значений числа *n*.