**9 класс, 2023г.**

1. (14 *баллов*) Найти условия, при которых сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 18.
2. (14 *баллов*) Существует ли положительное натуральное число *a* такое, что сумма всех его цифр равняется 2023 и сумма всех цифр его квадрата равняется 20232?
3. (16 *баллов*) Найти значение выражения при , не используя калькулятор.
4. (18 *баллов*) В выпуклом четырехугольнике ABCD угол BAD и угол BCD прямые. Луч AK делит угол BAD пополам. Точка Е является точкой пересечения луча AK и диагонали BD. Доказать, что если луч AK параллелен стороне BC, то отрезок АЕ меньше, чем половина стороны CD.
5. (18 *баллов*) Через центр тяжести треугольника ABC проведем линию, разбивающую его на две части. Доказать, что разница площадей этих двух частей не превосходит одной девятой площади треугольника.
6. (20 *баллов*) Найти решения системы:

где – целая часть числа , – дробная часть числа , т.е. .

1. **класс, 2022г.**
2. (16 *баллов*) Найти число пар где – положительные целые числа, такие, что является полным квадратом и .
3. (16 *баллов*) Пусть и . Доказать, что .
4. (16 *баллов*) Можно ли выбрать 2023 попарно различных неотрицательных целых числа, меньших, чем 100000, и таких, что никакие три из них не составляют арифметическую прогрессию?
5. (18 *баллов*) Через центр тяжести треугольника ABC проведем линию, разбивающую его на две части. Доказать, что разница площадей этих двух частей не превосходит одной девятой площади треугольника.
6. (16 *баллов*) Доказать, что ни одна из цифр 2,4,7,9 не может быть последней цифрой суммы для произвольного .
7. (18 *баллов*) Какие правильные многоугольники могут быть получены (и как), обрезая куб плоскостью? Доказать, что других нет.
8. **класс, 2022г.**
9. (16 *баллов*) Можно ли выбрать 2023 попарно различных неотрицательных целых числа, меньших, чем 100000, и таких, что никакие три из них не составляют арифметическую прогрессию?
10. (16 *баллов*) Доказать, что ни одна из цифр 2,4,7,9 не может быть последней цифрой суммы для произвольного .
11. (14 *баллов*) Через центр тяжести треугольника ABC проведем линию, разбивающую его на две части. Доказать, что разница площадей этих двух частей не превосходит одной девятой площади треугольника.
12. (14 *баллов*) Какие правильные многоугольники могут быть получены (и как), обрезая куб плоскостью? Доказать, что других нет.
13. (20 *баллов*) Найти максимальное положительное целое число , такое, что число целое.
14. (20 *баллов*) Пусть задан многочлен с действительными коэффициентами, такой, что для . Доказать, что многочлен может быть представлен как сумма квадратов некоторых многочленов с действительными коэффициентами, т.е. .