**9 класс, 2024г.**

1. (14 *баллов*) Доказать, что уравнение не имеет решений в целых числах.
2. (14 *баллов*) На улице Графовой имеется 8 домов. На левой стороне это дома 1, 2, 3, 4 и на правой стороне дома 5, 6, 7, 8. Почтальон начинает разносить почту из дома №1 и при этом починяется следующим правилам:

а) он обходит все дома по одному разу и возвращается в дом №1;

б) каждый раз он обязательно переходит через дорогу;

в) он не может сразу перейти к дому напротив.

Сколько различных маршрутов доставки почты существует?

1. (20 *баллов*) Даны два выпуклых четырехугольника и такие, что , и т.д. Доказать, что если тогда , , .
2. (18 *баллов*) Пусть полином с рациональными коэффициентами. Докажите, что существует целое число *n* такое, что полином имеет только целые коэффициенты.
3. (18 *баллов*) Полоска бумаги разбита на 14 прямоугольников. Каждый из прямоугольников можно выкрасить в красный цвет или оставить белым, но окрашенные в красный цвет прямоугольники не могут соприкасаться. Сколько существует способов раскраски?
4. (16 *баллов*) Пусть положительные целые числа такие, что . Доказать, что если НОД тогда – полный квадрат.
5. **класс, 2024г.**
6. (14 *баллов*) Доказать, что число не может быть представлено в виде суммы 27 квадратов нечетных чисел.
7. (14 *баллов*) На улице Графовой имеется 8 домов. На левой стороне это дома 1, 2, 3, 4 и на правой стороне дома 5, 6, 7, 8. Почтальон начинает разносить почту из дома №1 и при этом починяется следующим правилам:

а) он обходит все дома по одному разу и возвращается в дом №1;

б) каждый раз он обязательно переходит через дорогу;

в) он не может сразу перейти к дому напротив.

Сколько различных маршрутов доставки почты существует?

1. (20 *баллов*) Точки лежат на сторонах треугольника соответственно и линии пересекаются в точке . Доказать, что если точка центр тяжести треугольника то точка также центр тяжести треугольника  *.*
2. (18 *баллов*) Полоска бумаги разбита на 10 прямоугольников. Каждый из прямоугольников можно выкрасить либо в красный либо в зеленый цвет или оставить неокрашенным, но прямоугольники окрашенные в один цвет не могут соприкасаться. Сколько существует способов раскраски?
3. (16 *баллов*) Пусть полином с рациональными коэффициентами. Докажите, что существует целое число *n* такое, что полином имеет только целые коэффициенты.
4. (18 *баллов*) Вычислить,

где – означает целую часть числа , то есть – наибольшее целое число которое меньше либо равно .

1. **класс, 2024г.**
2. (16 *баллов*) Пусть . Найти количество натуральных чисел в интервале от 1 до 2024, таких, что число делится на 10.
3. (16 *баллов*) Множество чисел разбито на три подмножества. Показать, что по крайней мере одно из них содержит три различных числа таких, что .
4. (16 *баллов*) Докажите, что любая непрерывная кривая единичной длины может быть покрыта прямоугольником площадью равной .
5. (16 *баллов*) Точки лежат на сторонах треугольника соответственно и линии пересекаются в точке . Доказать, что если точка центр тяжести треугольника то точка также центр тяжести треугольника  *.*
6. (20 *баллов*) Полоска бумаги разбита на 13 прямоугольников. Каждый из прямоугольников можно выкрасить в красный цвет или оставить белым, но окрашенные в красный цвет прямоугольники не могут соприкасаться. Склеим вместе первый и тринадцатый прямоугольники Сколько существует различных способов раскраски кольца?
7. (16 *баллов*) Вычислить,

где – означает целую часть числа , то есть – наибольшее целое число которое меньше либо равно .