

9 класс, 2025г.

1. Можно ли уложить 250 кирпичей размером $1 \times 1 \times 4$ в коробку $10 \times 10 \times 10$?

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{|x-2|} = \frac{1}{|x-52a|}.$$

Докажите, что, если a квадрат простого числа, то решением уравнения является составное целое число.

3. Колода из 52 карт перетасована случайным образом. Можно делать две следующие операции: 1) поменять местами первые две карты; 2) переместить первую карту на последнее место. Докажите, что, используя эти две операции, можно расположить карты в любом наперед заданном порядке.

4. Пусть n – целое положительное число. Докажите, что, если $2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}$ целое, то оно является полным квадратом.

5. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Биссектрисы углов BAC и ABC пересекаются со сторонами BC и CA в точках P и Q , соответственно. Точки M и N – основания перпендикуляров, опущенных из точек P и Q на сторону AB . Найдите угол MCN .

6. Существует ли положительное целое n , такое, что сумма его цифр равна 2025, а сумма цифр числа n^2 равна 2025^2 ?

10 класс, 2025г.

1. Постройте график функции $y = [4 \sin x]$, где $[x]$ – целая часть числа x (целой частью числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее числа x).

2. Найдите все целые решения системы уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3. \end{cases}$$

3. Найдите все многочлены, коэффициенты которых равны ± 1 , и они имеют только действительные корни.

4. Колода из 52 карт перетасована случайным образом. Можно делать две следующие операции: 1) поменять местами первые две карты; 2) переместить первую карту на последнее место. Доказать, что, используя эти две операции, можно расположить карты в любом наперед заданном порядке.

5. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Биссектрисы углов BAC и ABC пересекаются со сторонами BC и CA в точках P и Q , соответственно. Точки M и N – основания перпендикуляров, опущенных из точек P и Q на сторону AB . Найдите угол MCN .

6. Найдите все положительные целые числа a и b , такие, что $b > 2$ и $2^a + 1$ делится на $2^b - 1$.

11 класс, 2025г.

1. Найдите все многочлены, коэффициенты которых равны ± 1 , и они имеют только действительные корни.
2. Найдите все значения действительного параметра a , такого, что уравнение $\log_x(x^2 + x + a)^2 = 4$ имеет единственное решение.
3. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Биссектрисы углов BAC и ABC пересекаются со сторонами BC и CA в точках P и Q , соответственно. Точки M и N – основания перпендикуляров, опущенных из точек P и Q на сторону AB . Найдите угол MCN .
4. Постройте график функции $y = [\log_2 x]$, где $[x]$ – целая часть числа x (целой частью числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее числа x).
5. Даны четыре точки, лежащие в пространстве в общем положении. Плоскость p будем называть «равноудаленной» плоскостью, если все четыре точки находятся на одном и том же расстоянии от нее. Найдите количество таких плоскостей.
6. Найдите все целые решения системы уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3. \end{cases}$$